NUMERI RELATIVI

Ogni numero relativo si compone di due parti: il segno algebrico (che può essere solo + o –) ed il valore assoluto, detto anche modulo, che può essere un intero, un decimale o una frazione.
Due numeri si dicono **concordi** se hanno lo stesso segno algebrico, cioè se sono entrambi negativi o entrambi positivi. Es.: – 7 e – 9. Si dicono **discordi** se hanno segno opposto. Es.: – 11 e + 6.

Estrazione del valore assoluto: $|-8| = 8$. $|+5{,}4| = 5{,}4$.
Opposto di un numero relativo: $-(+4) = -4$. $-(-4) = +4$.
Inverso di un numero relativo: $(+4)^{-1} = 0{,}25$. $(0{,}25)^{-1} = +4$. $(-5)^{-1} = -0{,}2$.

Addizione

addendi concordi → Segno: lo stesso degli addendi. Valore assoluto: somma dei valori assoluti.

$$(-4) + (-3) = (-7)$$

addendi discordi → Segno: lo stesso dell' addendo col valore assoluto maggiore. Valore assoluto: differenza dei valori assoluti. $(-4) + (+3) = (-1)$. $(-4) + (+9) = (+5)$.

Sottrazione

Sottrazione si riscrive come addizione del sottraendo cambiato di segno.

$(+2) - (-3) = (+2) + (+3) = 5$. $(+2) - (+3) = (+2) + (-3) = -1$.

Moltiplicazione

fattori concordi → prodotto positivo $(-2) \cdot (-3) = (+6)$
fattori discordi → prodotto negativo $(+2) \cdot (-3) = (-6)$

Oppure si contano i segni meno:

Conto pari → prodotto positivo $(-2) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot (-5) = +30$.
Conto dispari → prodotto negativo $(-2) \cdot (-3) \cdot (+1) \cdot (-5) = -30$.

Divisione le regole dei segni sono le stesse della moltiplicazione $(+78) : (-6) = (-13)$

Potenze sono negative solo quando la base è negativa e l'esponente dispari

$(-5)^0 = +1$. $(-5)^1 = -5$. $(-5)^2 = +25$. $(-5)^3 = -125$. $(-5)^4 = +625$. $(-5)^5 = -3.125$.

Radici di numeri negativi possibili se l'indice è dispari $\sqrt[3]{-8} = -2$ $\sqrt{-25}$ = impossibile

---

ESPRESSIONI LETTERALI

Quando si sostituisce una lettera con un valore numerico é buona idea quella di proteggere il numero fra parentesi. Ad es., se sappiamo che a = – 5 ed x = – 3 allora:

$$2ax^2 = 2 \cdot (-5) \cdot (-3)^2 = -10 \cdot (+9) = -90.$$

Si chiama **Monomio** un'espressione che contiene solo moltiplicazioni. Un monomio inizia con un numero relativo detto **coefficiente** (che quindi comprende anche il segno algebrico) seguito dalla parte letterale, quest'ultima composta da alcune lettere (anche nessuna) disposte in ordine alfabetico. Solo le lettere portano un esponente intero non negativo (anche zero). La somma degli esponenti è detta **grado** del monomio. Due monomi si dicono **simili** se le parti letterali sono identiche. L'<u>addizione</u> algebrica è possibile solo fra monomi simili, altrimenti si lascia l'espressione così com'è. L'addizione fra monomi non simili si chiama **polinomio**.

$$-3\,ax + b + 5\,ax - y^2 - 2\,b = 2\,ax - b - y^2$$

Il grado del polinomio è uguale al grado più elevato dei suoi monomi.
La <u>moltiplicazione fra monomi</u> è sempre possibile: $5\,ax \cdot 3\,bx = 15\,abx^2$
La divisione é possibile solo quando il divisore contiene tutte le lettere del dividendo con un esponente uguale o inferiore: $-28\,a^2b^3c : (-4\,a^2b) = +7\,b^2c$
<u>Moltiplicazione fra polinomi</u>: si applica la proprietà distributiva.

$$(a + b) \cdot (x + y + z) = ax + bx + ay + by + az + bz.$$

Prodotti Notevoli

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 3b^3$

EQUAZIONI

Una uguaglianza si dice **identità** se è sempre vera: $10 = 5 + 5$. $x \cdot x = x^2$.
Si dice **equazione** se è vera solo in pochi casi. $x^2 = 25$ è vera solo quando $x = 5$ o $x = -5$.
La x si chiama **incognita**. Una equazione può possedere più di una incognita. I valori dell'incognita che rendono vera l'equazione si chiamano **soluzioni** dell'equazione. Ognuna delle due espressioni, separate dal segno =, si chiama **membro**. Ogni monomio che vi compare, anche se privo di lettere, si chiama **termine**. Il massimo esponente con cui compare l'incognita è il **grado** dell'equazione. Due equazioni si dicono equivalenti se possiedono le stesse soluzioni.
1° Principio di equivalenza:
"Aggiungendo o sottraendo la stessa quantità ad entrambi i membri si ottiene una equazione equivalente."

→ Se un monomio appare in entrambi i membri si può cancellare.

→ **Trasporto**: se si sposta un monomio da un membro all'altro bisogna cambiarne il segno.

2° Principio di equivalenza:
"Moltiplicando o dividendo entrambi i membri per la stessa quantità, <u>diversa da zero</u>, si ottiene una equazione equivalente."

→ Possiamo cambiare il segno a tutti i termini di una equazione.

→ Se tutti i termini sono frazionari ed hanno lo stesso denominatore possiamo scrivere una equazione equivalente con i soli numeratori.

Se entrambi i membri sono monomi possiamo spostare il coefficiente di un monomio al denominatore dell'altro. $5x = 3 \rightarrow$ $x = \frac{3}{5}$

L'equazione di primo grado ad una incognita $5x = 3$ si dice: "ridotta in forma normale" perché contiene solo due termini: uno con l'incognita e l'altro senza. Quest'ultimo si chiama **termine noto**.
Il numero che moltiplica l'incognita (nell'esempio: 5) si chiama **coefficiente** dell'equazione.
Come **RISOLVERE** una equazione di 1° grado ad una incognita:
- ridurla in forma normale usando la regola del trasporto e l'addizione algebrica;
- spostare il coefficiente al denominatore del secondo membro.

Se ci sono frazioni, prima di applicare il suddetto metodo, è una buona idea quella di ridurle tutte al m.c.d., che poi si cancella.

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x - \frac{1}{3}$$
$$\frac{3x+9}{6} = \frac{-12x-2}{6}$$
$$3x + 9 = -12x - 2$$
$$3x + 12x = -2 - 9$$
$$15x = -11$$

la soluzione è $x = -\frac{11}{15}$

Il metodo non si può applicare se il coefficiente di x è zero. Ove ciò accada, si distinguono due casi:
1) Anche il termine noto è zero. L'equazione è **indeterminata**. $0 \cdot x = 0$ (identità)
2) Il termine noto è diverso da zero. L'equazione è **impossibile**. $0 \cdot x = 4$ (non ci sono soluzioni)