La geometria è fatta di figure. Queste pagine non ne contengono, quindi manca la parte essenziale.
Le figure devono già stare tutte nella tua mente, altrimenti queste pagine sono inutili.

Riassunto di Geometria – classe prima

Quali sono gli enti fondamentali della geometria e quante dimensioni hanno?
Punto (0 dimensioni), linea, retta (1), superficie, piano (2), spazio (3).
Una linea può essere aperta o chiusa, semplice o intrecciata.

Assiomi:

1. Per un punto passano infinite rette.
2. Per due punti passa una ed una sola retta.
3. Per una retta passano infiniti piani.
4. Tre punti non allineati individuano un unico piano.
5. Se una retta ed un piano hanno due punti in comune allora tutta la retta giace nel piano.
6. Per un punto esterno ad una retta passa una ed una sola retta parallela alla retta data.

Semiretta: ciascuna delle due parti in cui una retta è divisa da un qualsiasi proprio punto.
Semirette **opposte**: due semirette che giacciono sulla stessa retta ed hanno un solo punto in comune
Semipiano: ciascuna delle due parti in cui un piano è diviso da una qualsiasi propria retta.
Segmento: parte di una retta compresa fra due suoi punti chiamati **estremi** del segmento.
Segmento **nullo**: i suoi estremi coincidono.
Distanza fra due punti: segmento che ha per estremi i due punti.
Rette **complanari**: giacciono nello stesso piano (il contrario di complanari è sghembe).
Rette o segmenti **incidenti**: hanno un solo punto in comune e quindi appartengono allo stesso piano.
Rette **parallele**: rette complanari ma non incidenti.
Rette **sghembe**: non hanno punti in comune e non sono parallele.
Segmenti **consecutivi**: hanno un solo punto in comune che è un estremo per entrambi.
Linea **spezzata**: è formata da una serie di segmenti, a due a due consecutivi.
Segmenti **adiacenti**: sono consecutivi e giacciono sulla stessa retta.
Figura: insieme di punti continuo ed esteso tale da creare una forma rigida.
Figure **congruenti**: hanno la stessa forma e le stesse dimensioni. Sono sovrapponibili.
Punto medio di un segmento: quel punto che divide il segmento in due parti congruenti fra di loro.
Angolo: ciascuna delle due parti in cui il piano è suddiviso da due semirette aventi l'origine in comune. L'origine si chiama **vertice** e le semirette si chiamano **lati** dell'angolo.
Angolo **piatto**: i suoi lati sono semirette opposte.
Angolo **concavo**: contiene i prolungamenti dei propri lati; è maggiore di un angolo piatto.
Angolo **convesso**: non contiene i prolungamenti dei propri lati; è minore di un angolo piatto.
Rette perpendicolari: rette incidenti che formano quattro angoli congruenti.
Angolo **retto**: formato da due rette o semirette perpendicolari.
Grado sessagesimale: novantesima parte dell'angolo retto.
Angolo **acuto**: è minore di un angolo retto.
Angolo **ottuso**: è maggiore di un angolo retto.
Angolo **giro**: somma di due angoli piatti, contiene tutti i punti del piano.
Angolo **nullo**: i suoi lati coincidono.
Angoli **consecutivi**: hanno in comune il vertice, un lato e nessun altro punto.
Angoli **adiacenti**: sono consecutivi ed i lati non in comune sono semirette opposte.
Angoli **opposti al vertice**: i lati dell'uno sono i prolungamenti dell'altro; hanno lo stesso vertice.
Angoli **complementari**: la loro somma è un angolo retto.
Angoli **supplementari**: la loro somma è un angolo piatto.
Angoli **esplementari**: la loro somma è un angolo giro.

Distanza fra un punto ed una retta: la linea più breve che congiunge il punto alla retta; é un segmento perpendicolare alla retta di cui un estremo è il punto e l'altro estremo è sulla retta.
Proiezione di un punto su una retta: l'altro estremo della distanza del punto dalla retta.
Distanza fra due rette parallele: distanza fra un punto qualsiasi di una retta e l'altra retta.
Proiezione di un segmento su una retta: nuovo segmento che unisce le proiezioni degli estremi; è più corto del segmento proiettato, al massimo uguale quando segmento e retta sono paralleli.
Asse del segmento: retta perpendicolare al segmento che passa dal suo punto medio; i punti dell'asse godono della proprietà esclusiva di essere equidistanti dagli estremi del segmento.
Bisettrice: semiretta che divide un angolo in due parti congruenti; i punti della semiretta godono della proprietà esclusiva di essere equidistanti dai lati dell'angolo.

Angoli formati da due **rette parallele tagliate da una trasversale**:

- corrispondenti: occupano la stessa posizione ma su incroci diversi; sono congruenti;
- interni: si trovano entrambi all'interno delle parallele;
- esterni: si trovano entrambi all'esterno delle parallele;
- alterni (interni o esterni): si trovano su lati opposti della trasversale; sono congruenti;
- coniugati (int. o est.): si trovano sullo stesso lato della trasversale; sono supplementari.

POLIGONO: figura piana racchiusa da una linea spezzata chiusa semplice chiamata perimetro; i segmenti del perimetro si chiamano **lati**; gli estremi dei lati si chiamano **vertici**. Il numero di lati (minimo 3) è sempre uguale a quello dei vertici, degli angoli interni e di quelli esterni.
I **nomi dei poligoni** riflettono il numero di lati: triangolo (3 lati), quadrilatero (4), pentagono (5), esagono (6), ottagono (8), decagono (10), dodecagono (12), icosagono (20), ecc...
Poligono concavo: è attraversato dai prolungamenti dei propri lati.
Poligono convesso: non è attraversato dai prolungamenti dei propri lati.
Diagonale: segmento che unisce due vertici di un poligono che si trovano su lati diversi.
Angolo interno di un poligono: è formato da due lati consecutivi.
Angolo esterno di un poligono convesso: è formato da un lato e dal prolungamento di un lato consecutivo. E' supplementare all'angolo interno che ha lo stesso vertice, pertanto sia gli angoli interni che quelli esterni sono sempre minori di 180°.
Poligono **equiangolo**: i suoi angoli interni sono tutti congruenti.
Poligono **equilatero**: i suoi lati sono tutti congruenti.
Poligono **regolare**: è sia equilatero che equiangolo.

Quanto vale la somma degli angoli esterni di un poligono?	360°
Quanto vale la somma degli angoli interni di un poligono di n lati?	$(n - 2) \cdot 180°$
Quante diagonali ha un poligono di n lati?	$n \cdot (n - 3) : 2$

Un lato di un poligono sarà sempre inferiore alla somma di tutti gli altri.

TRIANGOLI

Un lato di un triangolo sarà sempre maggiore della differenza fra gli altri due.
In tutti i triangoli l'angolo più ampio è opposto al lato più lungo e l'angolo più stretto è opposto al lato più corto. Ogni angolo esterno è uguale alla somma degli angoli interni non adiacenti.
Triangolo **isoscele**: possiede almeno una coppia di lati congruenti. Possiede anche una coppia di angoli congruenti detti **angoli alla base**, mentre il terzo è detto angolo al **vertice**.
Triangolo **scaleno**: non possiede né lati congruenti né angoli congruenti.
Triangolo **acutangolo**: tutti gli angoli interni sono acuti.
Triangolo **ottusangolo**: un solo angolo interno è ottuso.
Triangolo **rettangolo**: un solo angolo interno è retto. Il suo lato più lungo si chiama **ipotenusa**. I due lati più corti si chiamano **cateti**.
Qualsiasi lato di un triangolo può essere scelto come base. Si chiama **altezza** la distanza dalla base al vertice opposto. Un triangolo possiede tre altezze.

La **mediana** è un segmento che congiunge un vertice di un triangolo col punto medio del lato opposto. Un triangolo possiede tre mediane.
Punti notevoli del triangolo:

- **Ortocentro**: intersezione delle tre altezze. In un triangolo rettangolo coincide con il vertice dell'angolo retto.
- **Baricentro**: intersezione delle tre mediane. Il baricentro divide ogni mediana in due parti, una doppia dell'altra.
- **Incentro**: intersezione delle tre bisettrici (unico punto equidistante dai tre lati).
- **Circocentro**: intersezione degli assi dei tre lati (unico punto equidistante dai tre vertici). In un triangolo rettangolo coincide con il punto medio dell'ipotenusa.

Baricentro, ortocentro e circocentro si trovano sempre su di un'unica retta, detta di Eulero.
Baricentro e incentro cadono sempre all'interno del triangolo. Ortocentro e circocentro cadono all'interno dei triangoli acutangoli, sul perimetro di quelli rettangoli e all'esterno di quelli ottusangoli. In un triangolo isoscele tutti e quattro i punti notevoli cadono sulla bisettrice dell'angolo al vertice. In un triangolo equilatero i quattro punti coincidono.

Un triangolo con gli angoli di 30°, 60° e 90° è la metà di un triangolo equilatero.
Un triangolo rettangolo con un angolo di 45° è la metà di un quadrato.

Criteri di congruenza. Due triangoli sono congruenti se hanno:

1. due lati e l'angolo compreso congruenti; oppure
2. un lato ed i due angoli ad esso adiacenti congruenti; oppure
3. i lati congruenti.

QUADRILATERI

Un quadrilatero è un **trapezio** se possiede una sola coppia di lati paralleli. Questi due lati si chiamano basi e la loro distanza si chiama **altezza**. Gli altri due lati si chiamano lati obliqui. A seconda del tipo di triangolo che si ottiene prolungando i lati obliqui, i trapezi si classificano come scaleni, isosceli, rettangoli e ottusangoli. Un trapezio possiede due coppie di angoli supplementari.

Un quadrilatero è un **aquilone** se possiede due coppie di lati congruenti e se i lati congruenti sono consecutivi. Le diagonali sono perpendicolari fra loro ed una delle due è tagliata a metà dall'altra.

Un quadrilatero è un **parallelogramma** se si verifica una qualsiasi di queste condizioni:

- I lati opposti sono congruenti.
- I lati opposti sono paralleli.
- Gli angoli opposti sono congruenti.
- Le diagonali si tagliano reciprocamente a metà.

Le seguenti proprietà dei parallelogrammi non sono invece esclusive dei parallelogrammi:

- Ogni diagonale divide la figura in due parti congruenti.
- Angoli non opposti sono supplementari.

Una figura è un **rettangolo** se si verifica una qualsiasi delle seguenti situazioni:

- È un quadrilatero equiangolo.
- È un parallelogramma e le diagonali sono congruenti.

Una figura è un **rombo** se si verifica una qualsiasi delle seguenti situazioni:

- È un quadrilatero equilatero.
- È un parallelogramma e le diagonali sono perpendicolari.
- È un parallelogramma e contemporaneamente è anche un aquilone.

Il quadrilatero regolare si chiama **quadrato** ed è contemporaneamente rettangolo e rombo, pertanto le diagonali sono congruenti e perpendicolari.

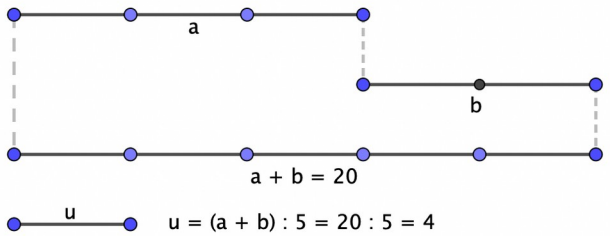
Calcola le età di Anna e di Beppe; l' età di Beppe è i $\frac{2}{3}$ di quella di Anna; la somma delle due fà 20.

INCOGNITE
a = numero di anni di Anna
b = numero di anni di Beppe

DATI
a + b = 20

$b = \frac{2}{3}\ a$

SVOLGIMENTO



u = (a + b) : 5 = 20 : 5 = 4

a = 3 u = 3 · 4 = 12

b = 2 u = 2 · 4 = 8

PROVE

a + b = 12 + 8 = 20

a : 3 · 2 = 12 : 3 · 2 = 4 · 2 = 8 = b

RISPOSTE : Anna ha 12 anni. Beppe ne ha 8.

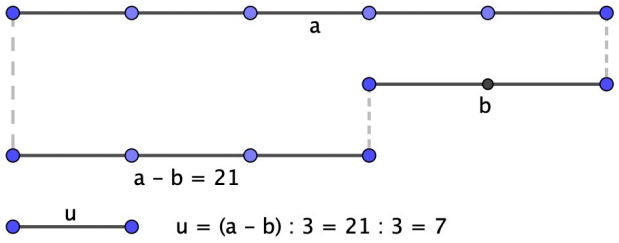
La differenza di prezzo fra due libri è di 21€. Un libro costa i $\frac{2}{5}$ dell'altro. Calcola il prezzo di ogni singolo libro.

INCOGNITE
a = costo in euro del primo libro
b = costo in euro del secondo libro

DATI
a – b = 21

$b = \frac{2}{5}\ a$

SVOLGIMENTO



u = (a – b) : 3 = 21 : 3 = 7

a = 5 u = 5 · 7 = 35

b = 2 u = 2 · 7 = 14

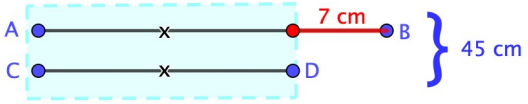
PROVE

a – b = 35 – 14 = 21

a : 5 · 2 = 35 : 5 · 2 = 7 · 2 = 14 = b

RISPOSTE : I due libri costano, rispettivamente, 35 e 14 euro.

La somma di due segmenti è lunga 45 cm ed uno è più lungo dell'altro di 7 cm.
Calcola la lunghezza di ciascun segmento.



DATI
AB + CD = 45 cm
AB – CD = 7 cm
INCOGNITE
AB = ?
CD = ?
SVOLGIMENTO
2 CD = (AB + CD) – (AB – CD) = 45 cm – 7 cm = 38 cm

CD = 38 cm : 2 = 19 cm

AB = CD + 7 cm = 19 cm + 7 cm = 26 cm

PROVE
AB + CD = 26 cm + 19 cm = 45 cm

AB – CD = 26 cm – 19 cm = 7 cm

RISPOSTE
AB = 26 cm
CD = 19 cm