

Si chiama **Circonferenza** l'insieme di tutti i punti del piano la cui distanza da un altro punto O, detto centro, sia uguale ad uno stesso valore r detto **raggio**. Poiché la circonferenza è una linea semplice chiusa, la parte di piano da essa racchiusa è una figura piana chiamata **Cerchio**.

Condizione di un punto P per appartenere alla circonferenza: $OP = r$.

Condizione di un punto P per appartenere al cerchio: $\overline{OP} \leq r$.

Presi due punti qualsiasi su una circonferenza, essi la dividono in due linee chiamate **archi**.

Il segmento che unisce gli estremi di un arco si chiama **corda**. Ogni arco sottende una corda ed ogni corda è sottesa da due archi. Il punto di una corda più vicino al centro è il suo punto medio.

Se due corde appartengono alla stessa circonferenza, quella più vicina al centro sarà la più lunga. La corda massima passa dal centro e si chiama **diametro**. Un diametro è sotteso da due **semicirconferenze**.

Una retta, rispetto ad una circonferenza, può essere esterna, **tangente** o **secante** a seconda che la sua distanza dal centro sia, rispettivamente, maggiore, uguale o minore al raggio. Nel primo caso retta e circonferenza non hanno punti in comune, nel secondo ne hanno uno solo e nell'ultimo ne hanno due.

Da un punto E esterno ad una circonferenza passano due tangenti e i due punti di tangenza sono equidistanti dal punto E.

Due circonferenze con centri O e O' e raggi r ed r', a seconda della distanza fra i loro centri e delle lunghezze dei raggi, sono:

esterne se $OO' > r + r'$
tangenti esternamente se $OO' = r + r'$
secanti se $r - r' < OO' < r + r'$
tangenti internamente se $OO' = r - r'$
una interna all'altra se $OO' < r - r'$
concentriche se $OO' = 0$

Un qualsiasi angolo il cui vertice coincida col centro di una circonferenza si dice **angolo al centro**. I suoi lati tagliano la circonferenza in due punti, individuando così due archi. Uno solo dei due archi è interno all'angolo. Si dice che l'angolo **insiste** su questo arco.

Si dice **angolo alla circonferenza** un angolo il cui vertice si trovi sulla circonferenza ed i cui lati passino per gli estremi di un arco, interno all'angolo. Si dice che l'angolo insiste su questo arco. Un estremo dell'arco può coincidere col vertice dell'angolo. In tal caso un lato dell'angolo è tangente alla circonferenza. Quando l'angolo insiste sull'intera circonferenza entrambi i suoi lati sono tangenti e l'angolo è piatto. Questa è l'ampiezza massima di un angolo alla circonferenza.

Un angolo alla circonferenza è la metà dell'angolo al centro corrispondente (ossia che insiste sullo stesso arco) e congruente a qualsiasi angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco.

Un angolo alla circonferenza è retto se insiste su una semicirconferenza.

Il segmento che unisce il centro al punto medio di una corda è perpendicolare alla corda.

Una retta tangente ad una circonferenza è perpendicolare al raggio nel punto di tangenza.

Un poligono si dice **inscritto** in una circonferenza se tutti i suoi vertici sono punti della circonferenza. Condizione necessaria e sufficiente: tutti gli assi dei lati devono incontrarsi in un unico punto detto circocentro, centro della circonferenza circoscritta al poligono.

Nei **Quadrilateri inscrittibili** ad una circonferenza gli angoli opposti sono supplementari.

Un poligono si dice **circoscritto** ad una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza. Condizione necessaria e sufficiente: tutte le sue bisettrici devono incontrarsi in un unico punto detto incentro. La circonferenza si dice inscritta al poligono, il suo centro è l'incentro ed il suo raggio si chiama **apotema** del poligono.

Nei **Quadrilateri circoscrittibili** la somma di due lati opposti è uguale alla somma degli altri due.

Equivalenza: due figure che hanno la stessa area si dicono equivalenti. Due figure sono sicuramente equivalenti nei seguenti casi: sono congruenti; sono equiscomponibili; sono entrambe la differenza tra figure equivalenti.

Teorema di Pitagora: il quadrato costruito sull'ipotenusa equivale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.

Trasformazione Geometrica: è una operazione che, se eseguita su una figura F , la trasforma nella figura F' tale che ci sia una **corrispondenza biunivoca** fra i loro punti. Ciò significa che ad ogni punto della figura F corrisponde uno ed un solo punto di F' e viceversa.

Isometria: trasformazione geometrica che conserva sia la forma che le dimensioni delle figure cui è applicata. Sono isometrie: le traslazioni, le rotazioni, le simmetrie.

Traslazione: i segmenti che collegano i punti corrispondenti nelle due figure sono congruenti e paralleli. La traslazione è definita da un segmento orientato chiamato vettore il quale ne indica lunghezza, direzione e verso.

Rotazione: ogni punto ruota dello stesso angolo attorno ad un unico centro O ed in uno stesso verso che può essere orario o antiorario.

Simmetria assiale: i segmenti che uniscono i punti corrispondenti nelle due figure condividono tutti lo stesso asse.

Simmetria centrale: i segmenti che uniscono i punti corrispondenti nelle due figure si incontrano tutti nel loro punto medio O .

Trasformazione proiettiva: associa a una figura piana posta su un piano la sua proiezione su un piano diverso, generata da una sorgente luminosa puntiforme. Le figure non conservano né forma né dimensioni.

Trasformazione affine: come sopra ma con la sorgente posta talmente lontano da poter considerare paralleli i raggi da essa provenienti. Conserva il parallelismo fra le rette. Ad esempio: un quadrato può trasformarsi solo in rombo, rettangolo o parallelogramma. Invece con un'altra trasformazione proiettiva poteva trasformarsi in un trapezio o in altro quadrilatero.

Similitudine: trasformazione proiettiva in cui il piano della proiezione è parallelo a quello della figura di partenza. Le forme sono conservate. F ed F' sono figure simili.

Omotetia: trasformazione non isometrica caratterizzata da un centro O ed un rapporto k . Presi due punti corrispondenti P e P' si ha che i segmenti OP e OP' giacciono sulla stessa retta e che $OP' : OP = k$ per qualsiasi punto P della figura iniziale. L'omotetia si chiama diretta se O non è intermedio fra P e P' ed inversa se è intermedio. In quest'ultimo caso k ha un valore negativo.

Figure simili: si possono ottenere una dall'altra con un'unica omotetia seguita o preceduta da un'unica isometria.

Poligoni simili: hanno tutti gli angoli congruenti ed il rapporto fra i lati corrispondenti è costante.

Costante di similitudine k : rapporto fra segmenti corrispondenti (o tra i perimetri) di figure simili. Es.: $k = A'B' : AB$. Il rapporto tra le aree non è uguale a k bensì a k^2 .

Criteri di Similitudine dei Triangoli: due triangoli sono simili se...

1°: ... hanno due coppie di angoli congruenti;

2°: ... hanno una coppia di angoli congruenti ed i lati che formano questo angolo sono in proporzione;

3°: ... il rapporto fra lati corrispondenti è costante.

Primo Teorema di Euclide: in un triangolo rettangolo ogni cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la sua proiezione sull'ipotenusa. *Si può altrimenti dire:* il quadrato costruito su un cateto equivale ad un rettangolo che ha per dimensioni l'ipotenusa e la proiezione di quel cateto sull'ipotenusa.

Secondo Teorema di Euclide: in un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è medio proporzionale tra le proiezioni dei cateti. *Si può altrimenti dire:* il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa equivale ad un rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

GEOMETRIA SOLIDA

Due **piani** si dicono **paralleli** se non hanno punti in comune oppure se hanno tutti i punti in comune. I piani che non sono paralleli si dicono **incidenti**. La loro intersezione è una retta che divide ciascun piano in due semipiani. Due piani incidenti dividono lo spazio in quattro parti chiamate diedri. Un **diedro** è delimitato da due semipiani, dette facce, la cui intersezione è una retta detta spigolo. Intersecando un diedro con un piano perpendicolare al suo spigolo si ottiene un angolo la cui ampiezza è la misura del diedro. Due piani incidenti si dicono **perpendicolari** se formano quattro diedri di 90° .

Una **retta** che non ha punti in comune con un piano si dice **parallela** al piano. Simbolo di parallelismo: \parallel . Una retta che ha un solo punto in comune si dice **incidente**.

Una retta r si dice **perpendicolare** al piano α se un qualsiasi piano che contiene r è perpendicolare ad α . In tal caso tutte le rette di α che passano per il punto di incidenza sono perpendicolari ad r .

La **distanza** fra un punto e un piano è il segmento di perpendicolare (unico) che congiunge il punto col piano. La distanza fra un punto qualsiasi del piano α ed il piano $\parallel \beta$ è la distanza fra i due piani.

Poliedro: figura solida delimitata da poligoni detti facce. I lati delle facce sono detti spigoli. Ogni spigolo appartiene a due facce. Gli estremi degli spigoli sono detti vertici. Ogni vertice appartiene ad almeno tre facce. Un poliedro è convesso quando non contiene i prolungamenti delle proprie facce, concavo quando è attraversato da almeno uno di detti prolungamenti.

Formula di Eulero per i poliedri convessi: $F + V = S + 2$

F = numero di facce; S = numero di spigoli; V = numero di vertici.

Poliedri Regolari: le loro facce sono poligoni regolari congruenti; ne esistono solo cinque: tetraedro (4 triangoli), esaedro o cubo (6 quadrati), ottaedro (8 triangoli), dodecaedro (12 pentagoni) ed icosaedro (20 triangoli).

Teorema di Cavalieri: due solidi sono equivalenti, cioè hanno volumi uguali, se, quando sono tagliati con un opportuno fascio di piani paralleli, le loro due sezioni su ogni piano sono equivalenti.

Prisma: poliedro delimitato da due facce congruenti e parallele di n lati, dette basi, e da altre n facce, dette laterali, che sono parallelogrammi. La distanza fra le basi si chiama altezza.

Prisma **retto**: le facce laterali sono tutte rettangolari.

Prisma **regolare**: è retto e le sue basi sono poligoni regolari.

Parallelepipedo: prisma le cui sei facce sono parallelogrammi.

Parallelepipedo **retto**: le facce sono rettangoli.

Piramide: poliedro con $n+1$ vertici delimitato da un poligono di n lati detto base e da n facce laterali triangolari. Il vertice che non appartiene alla base si chiama vertice della piramide. La sua distanza dal piano della base si chiama altezza.

Piramide **retta**: la base è un poligono circoscrivibile ad una circonferenza il cui centro coincide con la proiezione del vertice sulla base. Le facce laterali hanno altezze uguali. La loro lunghezza prende il nome di apotema della piramide.

Piramide **regolare**: è retta e la base è un poligono regolare. Le facce laterali sono triangoli isosceli congruenti.

Cilindro: solido generato dalla rotazione di un rettangolo attorno ad uno dei suoi lati. Lo sviluppo della faccia laterale è un rettangolo. Le basi sono due cerchi congruenti.

Cilindro **equilatero**: la sua altezza è uguale al diametro di base.

Cono: solido generato dalla rotazione di un triangolo rettangolo attorno ad uno dei suoi cateti. La base è un cerchio. Lo sviluppo della faccia laterale è un settore circolare il cui raggio si chiama apotema e il cui arco è congruente alla circonferenza della base del cono.

Cono **equilatero**: l'apotema è uguale al diametro di base. La sua sezione è un triangolo equilatero.

Sfera: solido generato dalla rotazione di un semicerchio attorno al suo diametro.